

İslâm'la bağdaşmadığı belirtilmiş, felâketler karşısında mümkün olduğunca sabırlı ve metanetli davranmak gerektiği telkin edilmiştir (İbn Hacer, VI, 197-202; Şevkânî, IV, 111-122). Hz. Peygamber bir hadisinde, "Yanaklarını döven, yakalarını yırtan ve Câhiliye âdetini sürdürenler bizden değildir" buyurmuştur (Buhârî, "Cenâ'iz", 36, 38, 39; Müslim, "Fezâ'il", 67). Hadis şârihleri, "Câhiliye âdeti" ile o dönemin aşırılıklarla dolu matem şekillerinin kastedildiğini belirtmişler, "bizden değildir" ifadesini de İslâm âdâbından sapma olarak açıklamışlardır. Diğer taraftan Resûl-i Ekrem'in ölünün arkasından bağıra çağıra ağlamayı, saçlarını kesmeyi, üstünü başını parçalamayı onaylamadığı bildirilmektedir (Buhârî, "Cenâ'iz", 37; Müslim, "İmân", 166). Bununla birlikte çeşitli hadislerde metanetini koruyup ilâhî takdire rıza göstermek şartıyla ölünün arkasından acı çekmenin ve bu sebeple ağlamanın tabii bir durum olduğu, gözün ağlamaktan, kalbin üzülmekten dolayı sorumlu tutulmadığı, buna karşılık elin yaptıklarından, dilin de söylediklerinden sorumlu olduğu belirtilmektedir (meselâ bk. *Müsned*, I, 204; Buhârî, "Cenâ'iz", 32; "Edeb", 18; Müslim, "Cenâ'iz", 16-28; "Fezâ'il", 62; İbn Mâce, "Cenâ'iz", 60). Kabir ziyaretinde bir sakınca görülmemekle birlikte ölünün kabri üzerinde kurban kesip kan akıtma şeklindeki Câhiliye uygulaması Resûlullah tarafından yasaklanmıştır (*Müsned*, III, 197; Ebû Dâvûd, "Cenâ'iz", 70).

İslâm'dan önce Hicaz bölgesinde kocası ölen Arap kadınları bir yıl süreyle iddet bekleyip yas tutar, bu müddet içinde evinden dışarı çıkmaz, yeni elbise giymez, koku sürünmez ve saçlarını taramazdı. Hatta bu kadınların matem süresince suya el vurmadıkları, yıkanmadıkları, tırnaklarını kesmedikleri ve matemden çıkmalarının bazı kuralları olduğu bildirilmektedir (*Tâcû'l-'arûs*, "fzz" md.). İslâm dininde kocası ölen kadının iddet süresi dört ay on gün olarak belirtilmekte ve hamile olması durumunda bu süre doğumun gerçekleştiği gün sona ermektedir. Bu zaman zarfında kadının Câhiliye döneminin aşırılıklarına sapmadan kocasının hâtırasına saygı niteliğinde bir matem havası yaşaması istenmiştir (bk. İHDÂD).

Câhiliye devrinde, öldürülen bir kimse-nin aile ve akrabaları ölenin intikamını alıncaya kadar dünya zevklerinden kendilerini mahrum etmeye and içer, bu süre

içinde ağlamazlar, hatta normal matem usullerini uygulamaz, bunu ancak hedeflerine ulaştıktan sonra yaparlardı. Kadınlar ise maktulün kanı yerde kaldığı sürece matem tutar, erkeklerini intikam almaya teşvik ederlerdi (Cevâd Ali, V, 156). İslâm dini kan davası uygulamasını kesin olarak ortadan kaldırdığı gibi bu tür meseleleri hukuk kurallarıyla çözmeye yoluna gitmiş, gerek fertlere gerekse cemiyete bu kurallara uyup toplumsal barışın güçlenmesine katkıda bulunma yükümlülüğünü getirmiş, böylece kan davasına bağlı matem anlayış ve uygulamalarını ortadan kaldırmayı hedeflemiştir.

Bununla birlikte çeşitli müslüman toplumlarında İslâm öncesinden kalan bazı matem şekilleri İslâmî unsurlar da katılarak devam ettirilmiş, bir kısmı günümüze kadar gelmiştir. Selçuklu Hükümdarı Tuğrul Bey öldüğünde emîr ve hâciblerin elbiselerini yırtmak istedikleri, fakat Vezir Amîdülmülk el-Kündürî'nin buna engel olduğu kaydedilmektedir. Bahâeddin Veled Konya'da vefat edince Alâeddin Keykubad yedi gün saraydan çıkmamış, kırk gün ata binmemiş, tahtını bırakarak hâsıra oturmuş, cuma mescidinde hâfızlara kırk gün hatim indirtmiş, fakirleri doyurmuştur. Mevlânâ Celâleddîn-i Rûmî'nin cenaze törenine katılanlar da elbiselerini yırtarak saçlarını yolmuşlar ve yas süresince matem elbisesi giymişlerdir. Fâtih Sultan Mehmed vefat ettiğinde atlarının kuyrukları kesilip eyerleri ters çevrilmiş, sarığının yanı sıra savaşta kullandığı yaylar da kırılarak tabutunun üstüne konmuştur. Bazı matem şekilleri yanında dinde bid'at sayıldığı veya içlerine bazı bid'atlar karışmış olduğu halde devir ve

iskat, ölünün yedinci, kırkinci ve elli ikinci gününde yemek verme, helva dağıtma, Kur'an okutma gibi uygulamalar günümüzde de devam etmektedir (Şîa'da matem geleneği için bk. AĞIT).

#### BİBLİYOGRAFYA :

*Tâcû'l-'arûs*, "fzz" md., *Müsned*, I, 204; III, 197; Buhârî, "Cenâ'iz", 32, 36-39, "Edeb", 18; Müslim, "İmân", 166, "Cenâ'iz", 16-28, "Fezâ'il", 62, 67; Ebû Dâvûd, "Cenâ'iz", 70; İbn Mâce, "Cenâ'iz", 60; İbn İshâk, *es-Sîre*, s. 45-46; Hüseyin b. Ahmed ez-Zevzenî, *Şerhu'l-Mu'allakâti's-seb'a* (nşr. M. Muhyiddin Abdülhamîd), Beyrut, ts. (Mektebetü dâri'l-beyân), s. 93; Fahreddin er-Râzî, *Mefâtihu'l-gayb*, XVIII, 192-206; İbn Hacer, *Fethu'l-bârî* (Sa'd), VI, 197-202; Şevkânî, *Neylû'l-evâtâr*, IV, 111-122; Cevâd Ali, *el-Mufaşşal*, V, 152-157, 173-174; I. Goldziher, *Gesammelte Schriften*, Hildesheim 1970, IV, 360-393; Sedat Veyis Örnek, "Anadolu Folklorunda Yas", *I. Uluslararası Türk Folklor Semineri Bildirileri*, Ankara 1974, s. 399-409; Handan Çağlayan, "Anadolunun Bazı Yörelerinde Yas Gelenekleri", *V. Milletlerarası Türk Halk Kültürü Kongresi Gelenek Görenek İnançlar Sektör Bildirileri*, Ankara 1997, s. 87-108; Eşref Buharalı, "Türklerde Matem Alâmetleri", *TDA*, sy. 65 (1990), s. 149-159; İsmail Görkem, "Türk Dünyasında Yas Törenleri ve Ağitlar", a.e., sy. 77 (1992), s. 157-188.



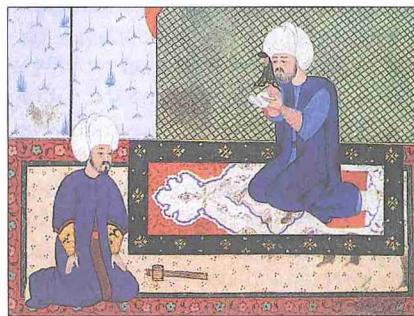
MUSTAFA ÇAĞRICI

## MATEMATİK

Yunanca'da "orta" ve "öğrenme, öğretme" anlamlarına gelen *mathemata*, nazari ilimlerin orta kısmında yer alan ve *aritimetik* (ilm-i aded), *geometri* (ilm-i hendese), *astronomi* (ilm-i felek) ve *mûsikîyi* ihtiva eden ilim dalına alem olmuştur; Arapça'ya teâlîm, tekil haliyle de ta'lîm olarak çevrilmiş ve dört bilim dalı "ulûm-i teâlîm" olarak adlandırılmıştır. Eflâtun felsefesinin etkisiyle Aristocu ilimler tasnifinin tesiri neticesinde matematik bilimleri kendi üstünde bulunan ilm-i ilâhîye bir hazırlık olarak görüldüğünden kök anlamı "alıştırma yapma" olan *riyâze* kelimesine teşbihen "zihni alıştıran ve hazırlayan" mânasında "riyâzî ilimler" olarak isimlendirilmiş, daha sonra kısaca bütün bu bilimlere *riyâziyyât* adı verilmiştir. Yenileşme döneminde ise riyâziyyât sayı ve miktarla uğraşan bütün bilim dallarını kuşatan bir isim olarak kullanılmaya başlanmıştır, bugün de modern Arapça'da kullanılmaya devam edilmektedir.

İslâm medeniyetinde matematik alanındaki çalışmaların tarihî gelişimi ele alınmadan önce bu ilmi doğuran etkenler ana çizgileriyle izlenmek istenirse IX. yüzyılın başlarındaki Bağdat'a dönmek

Sokullu Mehmed Paşa'nın Kanûnî Sultan Süleyman'ın ölümü üzerine matem tutmasını tasvir eden bir minyatür (Feridun Ahmed Bey, *Nûzhetü'l-esrârî'l-ahbâr der Sefer-i Zîgetvar*, TSMK, Hazine, nr. 1339, vr. 41<sup>a</sup>dan detay)





gerekir. O yıllarda eski Yunan matematiğinden önemli eserlerin tercüme faaliyeti ileri bir seviyeye ulaşmıştı. Tercümeler, bir yandan Sâbit b. Kurre gibi önde gelen âlimler tarafından zamanın matematikle ilgili sorunlarına cevap vermek, bir yandan da yalnızca teorik amaçlar için değil aynı zamanda oluşmaya başlayan yeni toplumun astronomi, optik, aritmetik, ölçü aletleri gibi alanlardaki ihtiyaçlarını karşılamak için yapıyordu. IX. yüzyılın başı Yunan matematiğinin Arapçalaştırılmasında büyük bir dönüm noktası teşkil etti. Muhammed b. Mûsâ el-Hârizmî, hem konusu hem yöntemi yeni olan cebir kitabını (aş. bk.) bu dönemde ve Bağdat'taki Beytülhikme ortamında yazdı. Cebir, matematiğin farklı ve bağımsız bir kolu halinde ilk defa bu kitapla gün yüzüne çıktı. Hârizmî'nin üslûpta getirdiği yenilik ve konu edindiği cebirsel nicelik çarpıcı bir etki yaptı. Eserin içerdiği yeni üslûp algoritma (düzenli hesap tekniği) ve ispata dayanıyordu. Hârizmî aritmetiğin cebire; cebirin aritmetiğe ve her birinin trigonometriye, cebirin Öklidçi geometrik sayılar teorisine ve cebirin geometriye, geometrinin cebire olan uygulamalarını sırasıyla ele aldı. Bu uygulamalar yeni bilim dalları ve uygulama alanlarının doğmasında etkili oldu. Cebirdeki polinomlar (çok terimliler), sayma teknikleri, sayısal analiz, denklemlerin sayısal çözümü, yeni sayılar teorisi, denklemlerin geometrik tersimi bu uygulamalar sonucunda ortaya çıktı. Bu değişik uygulamalardan, "belirsiz denklemler analizi" adı altında cebirin başlı başına bir konusu haline gelecek olan tam sayıların diafont analiziyle rasyonel sayıların diafont analizinin ayrılması gibi başka sonuçlar da elde edildi. Yeni kurulan cebir ilmiyle IX. yüzyıldan itibaren matematiğin farklı dallarının birbirine tatbiki matematikçilerin farklı nicelik türleri arasında işlem yapma gücünü arttırdı. Kısaca cebir, konusunun genelliğiyle ve üslûbuyla bu uygulamaları sağlayabilmiş, uygulamaların çeşitliliği ve çokluğu IX. yüzyıldan itibaren matematiğin çehresini değiştirmeye başlamıştı.

IX. yüzyıldan hemen sonra matematik artık eski Yunan'daki gibi değildi; büyük bir değişime uğramış ve ufukları genişlemişti. Bu değişimde doğal olarak önce eski Yunan aritmetiğinin ve geometrisinin geliştirildiği görülür. Konikler teorisi, paraleller teorisi, projektif geometri sorunlarıyla alan ve hacim hesaplarında Archimedes yöntemleri, izoperimetri

problemleri ve geometrik dönüşümler ilk geliştirilen konulardır. Bütün konular Sâbit b. Kurre, Kûhî, İbn Sehl, İbnü'l-Heysem gibi en gözde matematikçilerin çalışma alanlarını oluşturdu. Bu matematikçiler bir taraftan derin incelemeleriyle kendilerinden önce gelenlerin üslûbunu koruyarak veya gerektiğinde değiştirerek bu alanların genişlemesini sağladılar; bir taraftan da eski Yunan matematiğinin içinde kalıp yaptıkları çalışmalarla bu ilim dalını başka alanlara taşıdılar.

1. Cebir. Hârizmî'nin 197-215 (813-830) yılları arasında Bağdat'ta kaleme aldığı *Kitâbü'l-Muhtaşar fi hisâbi'l-cebr ve'l-mukâbele* adlı eseri, içinde "cebir" terimine rastlanan ilk kitaptır. Eserde müellifin o zamana kadar düşünülmemiş açık bir amaç taşıdığı görülür: Kökler aracılığıyla çözülebilen bir denklemler teorisi kurmak; öyle ki bu teoriyle hem bütün hesap ve hendese problemleri çözülebilsin hem de ticaret, miras hukuku ve arazi ölçümü gibi konularda karşılaşılabilecek problemlerde kullanılabilsin (bk. HÂRİZMÎ, Muhammed b. Mûsâ).

Hârizmî'nin yaşadığı ve onu takip eden dönemde kendisinin başlattığı araştırmaların hemen genişlediği görülür. Hârizmî'nin denklemler teorisinde yürüttüğü yolu takip eden İbn Türk gibi isimler onun örneğe dayalı ispat anlayışını daha da geliştirdiler (*DİA*, I, 226). Sâbit b. Kurre ise hem Hârizmî'nin ispatlarını daha sağlam geometrik temellere oturtmak, hem de ikinci dereceden denklemleri geometrik dile çevirmek için Öklid'in *Elementler* adlı kitabını yeniden ele aldı. Matematik tarihinde cebirsel ve geometrik iki yöntemi apaçık bir şekilde birbirinden kesin olarak ayıran ve böylece cebirsel süreçlerin geometrik yorumlarını vererek hem Öklid geometrisinin hem Hârizmî cebirinin denklem çözmede kullandığı yöntemlerin aynı sonuca ulaştığını gösteren kişi Sâbit b. Kurre'dir. Onun Hârizmî'nin denklemlerine getirdiği geometrik yorum cebirsel denklemler teorisinin gelişmesinde özel bir önem taşır. Ancak hemen hemen aynı dönemde geometri problemlerini cebirsel terimlerle ifade eden, başka bir deyişle Sâbit b. Kurre'nin tavrının tam aksine geometrik yapıları cebirsel dile çeviren tamamıyla farklı başka bir yorum tarih sahnesine çıkar. Sâbit b. Kurre'nin çağdaşı olan Mâhânî, *Elementler*'in X. kitabındaki bazı bikuadratik problemleri cebirsel denklemlere çevirmekle kalmaz, aynı zamanda Archi-

medes'in küre ve silindire ilgili eserinde yer alan bir cisim problemini de üçüncü dereceden bir cebirsel denkleme dönüştürür.

Öte yandan Hârizmî'den sonra cebirsel hesap hem kavram hem de muhteva bakımından gelişti. Denilebilir ki Hârizmî'nin ardından gelen cebirciler, yoğun bir şekilde başlıca matematik tekniği olarak cebirsel hesap kavramıyla uğraştılar. Bunlardan Sinân b. Feth bilinmeyen kuvvetleri çarpma yoluyla, Ebû Kâmil ise toplama yoluyla belirledi. Ebû Kâmil'in *Kitâbü'l-Cebr ve'l-mukâbele*'si hem kendi çağında hem de cebir tarihinde bir dönüm noktası oluşturmaktadır. Ebû Kâmil bu eseriyle cebir bilimine, cebirsel hesap kavramını genişletmenin yanında bugün "belirsiz analiz" veya "rasyonel diafont analiz" denilen yeni bir fasıl daha ekledi. Kendisinden öncekilere farklı olarak denklemler teorisini daha sıkı ispatlara bağlı bir şekilde inceledi; iki ve üç terimlilerin hesabını her defasında sonucu ispatlayarak genişletti ve derinleştirdi; hesap ve cebirdeki işlem işaretlerini daha sıkı tanımladı; hesap kurallarını kesirlerin hesabına uyguladı ve sonra da çok bilinmeyenli linear denklem sistemleriyle irrasyonel katsayılara sahip denklemleri araştırdı (bk. EBÛ KÂMİL).

Mâhânî, Süleyman b. İsmet, Ebû Ca'fer el-Hâzin, Ahmed b. Hüseyin el-Ahvâzî, Yuhannâ b. Yûsuf ve Muhammed b. Abdülazîz el-Hâşimî gibi matematikçiler hesap kavramını irrasyonel sayılara uyguladılar ve *Elementler*'in irrasyonel sayıların geometrik bir incelemesi olan X. kitabını Hârizmî cebiri ışığında yeniden okumaya tâbi tuttular. Bu akımla ulaşılan başarılar yalnızca cebirsel hesabın irrasyonel sayıları içerecek şekilde genişletilebileceğini değil, aynı zamanda cebirsel işlem anlayışının ne kadar kapsayıcı olduğunu da gösterdi.

Diophantus'a ait *Aritmetika* adlı eserin yedi kitabının Kustâ b. Lûkâ tarafından Arapça'ya çevrilmesi ve özellikle bu kitapların cebirsel bir dille okunmasıyla ikinci bir akım doğdu. Mütercimim Şinnâ'tü'l-cebr adıyla Arapça'ya çevirdiği ve Diophantus'un Yunanca terimlerini Hârizmî'nin cebir diline dönüştürdüğü bu eser, adının çağrıştırdığı gibi Hârizmî'nin eseri açısından bir cebir kitabı olmasa da kendi çağına nisbetle değişkenlerin değiştirilmesi, yok edilmesi, yerine konulması gibi güçlü cebirsel hesap teknikleri içeriyordu. Kitap, üzerine pek çok matematikçinin yazdığı şerh ve hâşiyeye yanın-



da daha sonra mütercimi Kustâ b. Lûkâ ve Ebû'l-Vefâ el-Bûzcânî tarafından tekrar şerh edildi.

Cebirsel hesabın ilerlemesi ve başka matematik alanlarına el atacak şekilde genişlemesiyle ulaşılan sonuçların birikimi bu genç bilim kolunun yenilenmesine yol açtı ve Hârizmî'den bir buçuk asır sonra yaşayan Bağdatlı matematikçi Kerecî hesap bilimini cebire uygulamak, başka bir deyişle hesap biliminin kurallarını ve bu bilimin bazı algoritmalarını cebirsel ifadelerle, özellikle de çok terimlilere (polynominals) uygulamak için bir sistem geliştirdi. Böylece  $m, n \in \mathbb{Z}_+$  olmak

$$\text{üzere } f(x) = \sum_{k=-m}^n a_k x^k \text{ şeklinde cebirsel}$$

ifadeler üzerinde yapılan hesap işlemleri cebirin ana konusunu oluşturmaya başladı. Kerecî'nin *el-Fahrî fi'l-cebr ve'l-mukâbele ve el-Bed'î fi a'mâlî'l-hisâb* adlı iki çalışması pek çok matematikçinin, üzerlerine şerh ve hâşîye yazdığı en çok faydalanılan eserler oldu; ondan sonra cebir kitapları hem içerik hem terip bakımından ciddi değişikliklere uğradı. Hârizmî'nin kitabı ise Kerecî'den itibaren önemli, ancak tarihî ve ikinci dereceden bir eser olarak görüldü. Kerecî'nin cebir tarihindeki etkisini anlayabilmek için onun XII. yüzyıldaki takipçilerinden olan Semev'el el-Mağribî'yi ele almak yeterlidir. Semev'el çalışmasına cebirsel kuvvet kavramını en genel haliyle tanımlayarak başlar ve  $x^0=1$  tanımı yardımıyla  $x^m x^n = x^{m+n}$ ,  $m, n \in \mathbb{Z}$  kuralını verir. Daha sonra tek terimlilerle çok terimlilerin, özellikle çok terimlilerin bölünmesiyle ilgili temel aritmetik işlemlerinin incelenmesine geçer; arkasından kesirleri çok terimliler halkasının elemanları yardımıyla yaklaşık olarak ifade etme imkânlarını araştırır (bk. SEMEV'EL el-MAGRİBÎ).

X. yüzyılda yaşayan Ebû Ca'fer el-Hâzin, Kûhî, İbn İrâk, Bîrûnî, Ebû'l-Cûd Muhammed b. Leys ve Muhammed b. Ahmed es-Şennî gibi birçok matematikçi üçüncü derece denklemleri geometri diliyle ifade etmeye yöneldiler. Bu matematikçilerin o dönemde uzay geometrisindeki problemlerin incelenmesinde kullanılan bir tekniği, yani konik eğrileri kesiştirme tekniğini bu denklemlerin incelenmesine uygulayabilecek bir seviyede oldukları görülür. Cebirsel denklemler teorisinin geometrik bir yorumla incelenmesi Sâbit b. Kur'e'nin yaptığı gibi cebirsel çözümün geo-

metrideki karşılığını bulmak anlamına gelmiyordu; aksine denklemin başka türlü elde edilemeyen pozitif köklerini geometri yardımıyla belirleme amacı taşıyordu. Ancak matematikçilerin bu konudaki teşebbüsleri Ömer Hayyâm'ın üçüncü veya daha küçük dereceli denklemleri incelemek için öne sürdüğü geometrik tasarıma kadar tâli çalışmalar olmaksızın öteye geçemedi. Hayyâm, bu denklemler tiplerinden her biri için iki koniğin arakesitiyle belirlenen pozitif bir kök buluyordu. Meselâ  $x^3 = bx + c$ ,  $b, c > 0$  denklemini çözmek amacıyla bu kökü belirlemek için  $P = \{(x, y); b^{1/2}y = x^2\}$  yarı-parabolü ile aynı tepe noktası olan  $H = \{(x, y); y^2 = (\frac{c}{b} + x)x\}$  eşkenar hiperbolünü kesiştirdi; böylece bunların pozitif köke karşılık gelen ikinci bir ortak noktaları olduğunu gösterdi. Hayyâm'ın sorunun çözümü için getirdiği temel kavram, boyut kavramıyla uygunluk sağlayacak şekilde tanımlanan ve geometrinin cebire uygulanmasını mümkün kılan ölçü birimiyle ilgilidir. Öte yandan bu uygulama Hayyâm'ın ilk bakışta bir çelişki gibi görünen farklı iki yöne götürür. Bir yandan cebir cebirsel denklemler teorisine özdeşleşir, öte yandan denklemler teorisi, çok açık bir tarzda olmasa da cebirle geometri arasındaki farklılığı aşar gibi görünür. Böylece Hayyâm'la beraber denklemler teorisi her zamankinden daha çok cebirle geometrinin, özellikle de analitik ispat ve yöntemlerin karşılaştığı bir alan olmaktan daha fazla bir şey ifade eder hale gelir. Hayyâm eserinde genellikle matematik tarihçilerinin Descartes'a atfettikleri önemli iki sonuca ulaşır: Üçüncü dereceden bütün denklemlerin genel çözümünü iki koniği kesiştirerek elde etmek ve uzunluk ölçü birimi yardımıyla, Descartes'ın aksine homojenlik kuralına sadık kalarak geometrik bir hesabı gerçekleştirilebilir. Hayyâm yalnızca geometrik çözümle yetinmez ve üçüncü dereceden denklemin yaklaşık sayısal bir çözümünü de verme girişiminde bulunur (bk. ÖMER HAYYÂM).

Hayyâm'dan iki nesil sonra bu akımın en önemli eserlerinden biri olan ve Hayyâm'ın kine göre çok önemli yenilikler içeren Şerefeddin et-Tûsî'nin (VI/XII. yüzyıl) *Kitâbü'l-Mu'âdelât* ile karşılaşılır. Tûsî'nin genel ve cebirsellikten çok yerel ve analitik özellikler taşıyan kitabında denklemlerin sınıflandırılması pozitif köklerin bulunup bulunmamasına bağlanır; başka bir deyişle denklemler imkânsız hallerden (aş. bk.) olup olmadıklarına göre si-

niflandırılır ve sıralanır. Söz konusu ikili duruma uygun biçimde iki kısımdan meydana gelen kitabın birinci kısmında Tûsî, Hayyâm gibi temelde  $\leq 3$  dereceden yirmi denklemin pozitif köklerinin geometrik tesbitini, yalnızca ikinci dereceden denklemler için diskriminantın belirlenmesini ve nihayet bugün Ruffini-Horner adıyla anılan yöntem yardımıyla sayısal çözümler bulunmasını ele alır. Bu yöntemi yalnızca bir sayının kökünün tesbitinde kullanmakla kalmaz, çok terimli denklemlere de uygulamayı düşünür. Tûsî de Hayyâm'ın yaptığına benzer tarzda, denklemlerin birinci veya ikinci dereceye indirgenebilmesi halinde düzlemsel geometri çizimlerini ve üçüncü dereceye indirgenebilmeleri halinde de koniklerin oluşturduğu eğrilerden ikisinin veya üçünün yardımıyla yapılan çizimleri kullanır. Eserin ikinci kısmı Tûsî'nin deyimiyle imkânsız haller sınıfına giren, yani pozitif çözüm içermeyen beş denklemin incelenmesine ayrılmıştır. Bu beş denklem şunlardır: (1)  $x^3 + c = ax^2$ ; (2)  $x^3 + c = bx$ ; (3)  $x^3 + ax^2 + c = bx$ ; (4)  $x^3 + bx + c = ax^2$ ; (5)  $x^3 + c = ax^2 + bx$ . Tûsî, Hayyâm'ın aksine bu imkânsız hallerin yalnızca farkına varmakla kalmamış, kesişim noktalarını ve dolayısıyla köklerin varlığını kanıtlamakla uğraşırken bu halleri kesin biçimde belirlemiş ve sebeplerini araştırmıştır.

Tûsî'nin çalışmaları, denklemler teorisinin yalnızca cebirin bir bölümünden ibaret olmadığını ve çok daha geniş bir alanı kapsadığını gösterir. Tûsî, denklemlerin geometrik ve sayısal çözümlerini tek bir teori altında toplar ve her denklemin çözülebilirlik şartlarını ortaya koyar; ardından da çözer. Bu tavrı onu kullandığı eğrileri daha dar bir çerçevede incelemeye, özellikle de türev denklemi yardımıyla üçüncü dereceden bir polinomun maksimumunu sistematik olarak incelemeye götürür. Sayısal çözüm sırasında içerisinde bir polinomunun türev kavramıyla karşılaşılan belirli bazı algoritmaları uygulamakla kalmaz, aynı zamanda "dominant polinomu" kavramı yardımıyla bu algoritmaları da sağlamaya çalışır. Tûsî'nin bu çalışmalarında çağına göre çok yüksek seviyede bir matematik söz konusudur. Daha basit bir deyişle sembollere dayanmadan yapılan matematiksel bir araştırmanın son sınırlarına kadar ulaşılmıştır. Gerçekten de Tûsî'nin bütün araştırmaları hiçbir sembol kullanmaksızın "doğal dil"le ifade edilerek yürütülmüştür. Fakat bazı defalar doğal dil yerine cetveller kullanılmış, ancak bu, araştır-



maları daha da karmaşık bir duruma sokmuştur. Bu zorluk, yalnız kendi araştırmalarının gelişmesinde değil aynı zamanda sonuçların ifadesinde de bir engel oluşturmıştır. Büyük bir ihtimalle Tûsî'nin takipçileri bu engelle karşılaştı ve bu durum özellikle matematik kavramının Descartes'tan sonra uğradığı değişimlere kadar devam etti.

**2. Sayma Tekniği** (kombinatör analiz). İlk dönemde sayma tekniğiyle ilgili faaliyetler hem dilciler hem cebirciler tarafından dağınık bir şekilde yürütülüyordu. Bunlar arasında bir bağ kurulması ve bu tekniğin dil bilimi, felsefe, matematik gibi çok farklı sahalarda uygulanabilen bir yöntem halini alması daha sonra gerçekleşti. VIII. yüzyılda ünlü dilbilimci Halîl b. Ahmed, *Kitâbü'l-Ayn*'inde lügatçılığın tecrübi özelliğini aklileştirerek her üç alanda da uzun süre iz bırakan bir isim oldu. Onun Arapça'da yeni kelimeler teşkil edebilmek için bulduğu kombinasyon hesaplama formülü harf sayısı  $n$  ve  $1 \leq r \leq n$  olmak üzere  $A_n^r = r! \binom{n}{r}$  idi. Ahmed b. Halîl'in hesap yöntemine daha sonraki dilbilimcilerin birçok eserinde rastlanır. Bu yöntem, IX. yüzyıldan sonra Kindî tarafından geliştirilen kriptolojide de (şifrecilik) yer almış ve aynı yüzyılın sonlarından itibaren İbn Vahşiyye, İbn Tâbâtabâ ve başka dilbilimciler tarafından kullanılmıştır. Cebirciler de bu yöntemle X. yüzyılın sonlarında iki terimli katsayıların hesabı için aritmetik üçgenini oluşturma kuralını ifade ve ispat ettiler. Kerecî,  $\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r}$  formülünün ilk veren ve  $(a+b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$  formülünü ilk geliştirenlerdendir.

Cebirciler kombinasyon hesaplarında birçok yeni kural uyguladılar. Meselâ Semev'el el-Mağribî bilinmeyenleri ifade eden on sayıyı sembol olarak alır -bugün bunlara "indis" adı verilmektedir- ve bunları altışar altışar kombine ederek 210 denklemden oluşan bir sistem elde eder. Ayrıca bu linear sistemin 504 adet uygunluk şartını bulmak için yine kombinasyon hesaplarını kullanır. Cebirsel incelemeler ve dilbilimle ilgili araştırmalar sırasında bulunan kurallar kombinasyon hesaplarına geçişi sağlayan somut şartları oluşturdu. Bununla birlikte bu hesabın doğuşu aritmetik üçgenle kuruluş kuralının, yani Kerecî'nin bir hesaplama aracı olarak verdiği kuralın açık bir şekilde kombinasyon mantığıyla yorum-

lanmasında yatar. Cebircilerin bu yorumu daha önce farketmediğini düşünmek zordur. Aksine bu yorumun cebirciler tarafından da farkedildiği, fakat bunu açık bir şekilde formüle dökmek için herhangi bir sebebin bulunmadığı söylenebilir. Kombinasyon hesaplarıyla yapılan bu yorumun XIII. yüzyıldan önce de var olduğu, hem Semev'el'in çalışmalarına hem de matematikçi-filozof Nasîrüddîn-i Tûsî'nin şimdiye kadar bilinmeyen bir eserine dayanarak ileri sürülebilir. Söz konusu eserden anlaşıldığına göre Tûsî bu yorumu biliyor ve tanınan bir kural gibi ifade ediyordu. Aynı ifade tarzına kısmen veya tamamen kendisini takip edenlerde de rastlanır. Tûsî yazılarında esas itibarıyla, "Birden çok nasıl çıkar?" şeklindeki Yeni Eflâtuncu felsefe sorusuna matematiksel bir cevap bulmak için yola çıkar. Bu incelemesi sırasında  $n$  nesnesinin  $1 \leq k \leq n$  olmak üzere  $k$ 'lı kombinasyonunu hesaplamak gereğini duyar ve  $n = 12$  için  $\sum_{k=1}^n \binom{n}{k}$ 'yi hesaplar. Bu hesaplamada

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \text{ eşitliğinden de yararlanır.}$$

Tûsî ayrıca aritmetik üçgeninin (Kerecî üçgeni) teşkil tarzını da verir ve  $0 \leq p \leq 16$

$$\text{için } \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \binom{n}{p-k} \text{ 'yi hesaplar.}$$

Tûsî'den önce olduğu gibi Tûsî'den sonra da aritmetik üçgenin kombinasyonlarıyla yapılan yorumlar, üçgenin teşkil tarzı araştırmaları ve sayma tekniğiyle ilgili kuralların tesbit çalışmaları aralıksız sürdü. Kemâleddin el-Fârisî sayılar teorisiyle ilgili bir risâlesinde bu yorumu tekrar ele aldı ve figüratif sayıların teşkilinde

$$F_p^q = \sum_{k=1}^p F_k^{q-1} = \binom{p+q-1}{q} \text{ bağıntısını tes-$$

bit etti. Bu sıralarda İbnü'l-Bennâ el-Merâkûşî kombinatör analizi yorumlamaya çalıştı ve kendisinden önce bilinen kuralları da dikkate alarak  $r$ 'den  $r$ 'ye tekrarsız permutasyona ve yine tekrarsız kombinasyona ilişkin şu kuralları koydu:

$$(n)_r = n(n-1) \dots (n-r+1)$$

$$(n)_n = n!$$

$$\binom{n}{r} = \frac{(n)_r}{r!}$$

Kombinasyon hesabı ile dayandığı temel kavramlar daha sonra da değişik matematik eserlerinde, hatta müstakil çalışmalarda ele alındı; Cemşid el-Kâşî, İbnü'l-

Mâlik ed-Dimaşkı, Muhammed Bâkır el-Yezdî, Takıyyüddin er-Râsîd ve İbrâhim el-Halebî bu konuyla ilgilenen isimlerden yalnızca birkaçıdır.

**3. Sayısal (nümerik) Analiz.** Eski Yunan matematiğine kıyasla İslâm matematiği çok önemli miktarda sayısal algoritma içerir. Cebir bu konunun gelişmesinde yalnızca gerekli olan teorik malzemeleri vermekle kalmamış, aynı zamanda sayısal denklemlerin pozitif köklerinin belirlenmesi için geliştirilen yöntemler gibi bu tekniklerin kullanıldığı çok geniş bir uygulama alanı da sağlamıştır. Bulunan sayısal algoritmaların çokluğundan daha da önemli olan husus, bunların en doğrusunun ve en uygununun seçilebilmesi mak-sadıyla birçoğunun karşılaştırılması ve matematikte yeni araştırma alanlarının keşfidir.

İslâm matematik tarihinde ilk günlerinden itibaren karekök ve küpkök başta olmak üzere kök hesaplarıyla ilgili algoritmik yöntemlere rastlanır. Bunların bir kısmı Yunan, bir kısmı Hint kökenlidir; ancak kök hesabında İslâm matematikçilerinin yaptığı pek çok buluş mevcuttur. X. yüzyıl başlarından XVII. yüzyıla kadar hemen hemen hesap sahasında yazılmış bütün eserlerle kök hesabına birer bölüm ayıran cebir kitaplarında "et-takrîbü'l-is-tilâhî" (yaklaşık değer) denilen şu formüller yer almaktadır:  $N = a^2 + r$  ve  $a$  tam sayı ol-

$$\text{mak üzere } \sqrt{N} = a + \frac{r}{2a+1} \text{ ve } N = a^2 + r \text{ ve}$$

$$a \text{ tam sayı olmak üzere } \sqrt[3]{N} = a + \frac{r}{3a^2+3a+1}.$$

X. yüzyılın sonunda Kûşyâr b. Lebbân el-Cîlî gibi matematikçiler, kök hesaplarında Ruffini-Horner yöntemine götüren ve kuvvetli bir ihtimalle Hint çıkışı olan bir algoritmayı açıkça kullanıyorlardı. İbnü'l-Heysem ise bu algoritmayı yalnızca bildiğini göstermekle kalmamış, onu gerekçelendirmeye ve sağlamaya da çalışmıştır. Bu algoritmayla varılan diğer sonuçlar, daha sonra yazılan pek çok hesap kitabında olağan yöntemler olarak yer almıştır. Bu konudaki kitapların başında Ali b. Ahmed en-Nesevî, Nasîrüddîn-i Tûsî, İbnü'l-Havvâm ve Kemâleddin el-Fârisî'nin eserleri zikredilebilir. Yine X. yüzyılın sonlarından itibaren aritmetik üçgen ve iki terimli (binom) formülün bilinmesi sebebiyle  $n$  kökünün bulunması için sözü edilen yöntemlerin genelleştirilmesi ve ilgili algoritmanın formülle ifade edilmesi hususunda matematikçiler artık pek



fazla güçlükle karşılaşmıyorlardı. Zamanla kuvvet kaybeden bu girişimler XI. yüzyılda Bîrûnî ve Ömer Hayyâm tarafından tekrar ele alındı. Semev'el ise 1172-1173'teki çalışmalarında altmış tabanlı bir tam sayının  $n$  kökünü hesaplamak için "yaklaşık değer" kavramını tanımladıktan sonra ileride Ruffini-Horner yöntemi adını alan yöntemi uygulayarak  $Q=0; 0, 0, 2, 33, 43, 3, 43, 36, 48, 8, 16, 52, 30$  olmak üzere  $f(x) = x^5 - Q = 0$  örneğini verdi. Bu yöntem XII. yüzyıla kadar kullanılmaya devam etti ve hesâb-ı Hindî kitaplarında yer aldı. Daha sonraları Cemşîd el-Kâşî'de ve ondan sonra gelen matematikçilerde de bu yönteme sıkça rastlanır. Bir tam sayının  $n$  irrasyonel kökünün hesabında da buna benzer bir durumla karşılaşılır ve Semev'el'in ortaya bir tam sayının irrasyonel kökünün tam olmayan kısmına kesirli sayılarla yaklaşmayı sağlayan bir kural koyduğu

kök için  $x' = x_0 + \frac{N - x_0^n}{N - x_0^n}$  yani

$$\left[ \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n}{k} x_0^{n-k} \right] + 1$$

$x' = x_0 + \frac{N - x_0^n}{(x_0 + 1)^n - x_0^n}$  ilk yaklaşık değerini verdiği görülür.

İnterpolasyon yöntemleri ise astronomlar arasında uzunca bir süre kullanılmıştır. IX. yüzyıldan itibaren trigonometrik ve astronomik tabloları oluşturmak ve kullanabilmek amacıyla geliştirilen yöntemlerde interpolasyon yöntemleri pek çok defa ele alındı. Bu çalışmalar neticesinde X. yüzyılda Kemâleddin İbn Yûnus ve Ebû Ca'fer el-Hâzin gibi en az iki matematikçi ikinci dereceden interpolasyon yöntemleri

önerdiler. İlk matematikçi  $y = y_{-1} + \left( \frac{x - x_{-1}}{d} \right)$

$\left[ \frac{1}{2} (\Delta y_{-1} + \Delta y_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{x - x_{-1}}{d} \right) \Delta^2 y_{-1} \right]$  şeklinde bir ifade verdi. Burada  $(x_{-1}, y_{-1})$  noktasından geçen bir eğriyle tanımlanan parabolik bir interpolasyon söz konusudur. Ebû Ca'fer el-Hâzin ise beş yüzyıl sonra değişik bir ifadeyle Cemşîd el-Kâşî'de rastlanılacak parabolik bir interpolasyon verdi. Ancak Brahmagupta'nın *Khandakhadyaka* adlı zîc'inin Arapça'ya tercüme edilmesiyle Bîrûnî'nin bu sahadaki araştırmaları İslâm matematiğindeki interpolasyon yöntemleri tarihinde önemli bir dönüm noktası oldu.

X. yüzyıl sonlarında yöntemlerin çoğalması araştırmalarda yeni sorunlar doğurdu. Bunlar arasında, "İncelenen fonksiyonun tablo değerlerini oluşturmak için en doğru değeri tesbit etmek maksadıyla farklı yöntemler nasıl karşılaştırılmalıdır?" şeklinde dile getirilen soru belki de en önemli sorundu. Nitekim Bîrûnî bu soruyu kendi kendine sorar ve kutupların varlığının doğurduğu zorluklara karşın "kotanjant fonksiyonu" için bu farklı yöntemleri birbiriyle karşılaştırmaya başlar. Bir sonraki yüzyılda Semev'el bu teşebbüsleri daha açık bir şekilde sürdürür. Ancak matematikçiler, bir yandan yeni yöntemler üzerindeki araştırmalarına devam ederken bir yandan da bunları astronomi dışındaki alanlara uyguladılar. Kemâleddin el-Fârîsî, ışığın kırılmalarına dair tabloyu hazırlamak için "fark yayı" (kavsü'l-hilâf) adını verdiği yeni bir yöntemden yararlandı. Fakat onun XIV. yüzyıl başlarında uyguladığı bu yöntem X. yüzyıl matematikçisi Hâzin'e kadar gider; öte yandan daha sonra XV. yüzyılda Kâşî tarafından *Zîc-i Hâkânî* adlı eserinde yeniden ele alınır. Bu durum interpolasyon hesabı sahasında hep aynı geleneğin sürdürüldüğünü gösterir.

4. Belirsiz Denklem Analizi. Belirsiz denklem analizinin (diyofant analiz) cebirden bağımsız bir konu olarak ortaya çıkışı Hârizmî'nin takipçilerine kadar gider ve özellikle Ebû Kâmil'in 880'lere doğru yazdığı *Kitâbü'l-Cebr ve'l-mukâbele* adlı kitaba dayanır. Ebû Kâmil eserinde konuları sistematik şekilde düzenlemiş ve denklemlerle çözüm algoritmalarının yanında yöntemleri de ele almıştır. Eserin son bölümünde otuz sekiz adet ikinci dereceden belirsiz denkleme, dört adet belirsiz linear denklem sistemine, birtakım belirli linear denklem sistemlerine, aritmetik dizilere dönüştürülebilen bazı denklemlere ve aritmetik dizilerin incelenmesine yer verilmiştir. Bu incelemeler Ebû Kâmil'in önceden tesbit ettiği iki amaca yöneliktir: Belirsiz denklemlerle aritmetikçilerin uğraştığı cebir problemlerinin çözümü. Belirli denklemlerle belirsiz denklemler arasındaki farka matematik tarihinde bilinebildiği kadarıyla ilk defa bu kitapta rastlanmaktadır. Eserde otuz sekiz belirsiz denklemin incelenmesi yalnızca bu farkı yansıtmakla kalmaz, aynı zamanda bunların rastgele sıralanmadığını, müellifin tesbit ettiği şartlara veya kurallara uygun bir sıra takip ettiğini gösterir. İlk yirmi beş denklemin oluşturduğu birinci grubun örnek

olarak inceleyebileceğimiz on dokuzuncu problemi  $ax - x^2 + b = y^2$  şeklinde düzenlenmiştir ve denklemin pozitif rasyonel çözümlerini belirleyen yeterli şartları verir:  $y^2 + \left( \frac{a}{2} - x \right)^2 = b + \left( \frac{a}{2} \right)^2$ ;  $x = \frac{a-t}{2}$  ola-

rak alınırsa  $y^2 + \left( \frac{t}{2} \right)^2 = b + \left( \frac{a}{2} \right)^2$  olur ve

denklem böylece iki kare toplamı bir sayıyı başka iki kareye bölme işlemine indirgenmiş olur. 26-38. denklemleri kap-

sayan ve  $\frac{x^2 + x}{x^2 + 1} = y^2$  örneğini (31. denk-

lem) verebileceğimiz ikinci grup on üç denklemden meydana gelir ve rasyonel olarak parametrelenebilir. Belirsiz linear denklemlerin bulunduğu üçüncü grup ise

$$x + a + y + a + z + a + t = u$$

$$b + x + y + b + z + b + t = u$$

$$c + x + c + y + z + c + t = u$$

$$d + x + d + y + d + z + t = u$$

gibi linear denklem sistemlerinden oluşmaktadır.

Belirsiz denklem analizine Ebû Kâmil'in yaptığı katkılar, Diophantus'un *Aritmetika*'sının Kustâ b. Lûkâ tarafından *Şinnâ'tü'l-cebr* adıyla tercüme edilmesine yol açtı. Eserin Hârizmî cebirinin diliyle çevrilmesi hem belirsiz denklem analizine daha farklı kavramlar ve yaklaşımlar getirdi hem de cebirsel bir karakter kazandırdı. Meselâ Kerecî *el-Bed' fi'l-mâli'l-hisâb* adlı kitabında Diophantus'tan farklı olarak dikkatini problemlerle onların çözümlerine hasretmez, aksine tasnifinde cebirsel ifadeyi oluşturan terimlerin sayılarıyla bu terimlerin kuvvetleri arasındaki farklara ağırlık verir. Kerecî bir taraftan açıklamalarını sistematik bir düzende vermeyi amaçladı, bir taraftan da Ebû Kâmil'in başlattığı her problem sınıfı için mümkün olabilen yöntemleri vermeyi hedefleyen çalışmalarını daha da ileriye götürdü. *el-Fahrî fi'l-cebr ve'l-mukâbele* adlı eserinde ise bu analizin yalnızca ilkelerini verdi ve bunu yaparken de özellikle  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $ax^2 + bx + c = y^2$  denklemini ele aldı.

Kerecî'den sonra gelenler, yalnızca eserlerini şerhetmekle yetinmeyip aynı zamanda onun çizdiği yolda ilerlemeye devam ederek üçüncü dereceden belirsiz denklemleri de inceleyecek şekilde "istikrâ" yöntemini geliştirdiler. Meselâ Semev'el, *el-Bâhîr fi'l-cebr* adlı eserinde *el-Bed'î* kitabını şerh ederken  $y^3 = ax + b$  şeklindeki denklemleri inceledikten sonra  $y^3 = ax^2 + bx$  denklemini de gözden geçirdi. Kerecî'den sonraki matematikçile-



rin rasyonel belirsiz denklem analiziyle ilgili çalışmalarından dolayı bu analizin bütün önemli cebir kitaplarında yer aldığı rahatlıkla söylenebilir. Örnek olarak XII. yüzyılın ilk yarısında İzzeddin ez-Zencânî konuyla ilgili birçok problemi Kerecî ile Diophantus'un ilk dört kitabının Arapça tercümesinden derlemiştir. İbnü'l-Havvâm ise *el-Fevâ'idü'l-bahâ'iyye*'sinde bazı belirsiz denklemleri, bu arada üç asır sonra Fermat'ın  $n=3$  için  $x^3 + y^3 = z^3$  şeklinde düzenlediği denklemi göz önünde bulundurmuş, onun eserine hacimli şerhler yazan Kemâleddin el-Fârisî ile İmâdüddin el-Kâşî de benzer bir tavır sürdürmüştür. Görüldüğü üzere belirsiz denklem analiziyle ilgili çalışmalar bazı matematik tarihçilerinin iddia ettikleri gibi Kerecî'de kesilmemiş ve XVII. yüzyıla, Yezdî'ye kadar aralıksız sürmüştür.

İslâm matematikçileri çözümü imkânsız problemlerle erken tarihlerden itibaren ilgilenmeye başladılar. XVII. yüzyılda Fermat'ın son şeklini verdiği "bir tam sayının kareler toplamı şeklinde ifade edilemeyeceği" probleminin ilk hali ilgi odaklarının başında gelir. Hâzin'in bir risâlesindeki birçok teorem bu incelemeyle alakalıdır. Hucendî'nin iki kübik sayının toplamının kübik olmadığını ispata teşebbüs ettiği uzun zamandan beri biliniyordu. Ancak Hâzin'e göre Hucendî'nin ispatında hatalar vardı. Öte yandan Ebû Ca'fer İbnü'd-Dâye de aynı teoremi ispatla çalışmıştı; fakat onun ispatı da hatalıydı. Her ne kadar ispatın gerçekleştirilmesi için Euler'e kadar beklemek gerekmişse de her şeye rağmen bu problem İslâm matematikçilerini uğraştırmaya devam etmiştir. Daha sonraları İbnü'l-Havvâm'da görüldüğü üzere  $x^4 + y^4 = z^4$  halinin de imkânsızlığı dile getirildi.

Tam sayılı diofant analizi, özellikle sayısal dik-açılı üçgenler üzerindeki araştırmalar, X. yüzyılın ilk yarısında bu konudaki çalışmaları başlatan matematikçilerden sonra da devam etti ve aynı yüzyılın ikinci yarısı ile bir sonraki yüzyılın başlarında Ebü'l-Cüd Muhammed b. Leys, Siczî ve İbnü'l-Heysem, ardından Kemâleddin İbn Yûnus gibi önemli matematikçiler tarafından ele alındı.

**5. Klasik Sayılar Teorisi.** İslâm dünyasında sayılar teorisi üzerinde yapılan araştırmalar erken bir tarihte, IX. yüzyılda "dost sayılar" teorisini ilk defa ele alan Sâbit b. Kurre tarafından başlatıldı. Sâbit b. Kurre'nin tamamen Öklid tarzında başlattığı bu gelenek Ahmed b. Ömer

el-Kerâbîsî, Ali b. Ahmed el-Antâkî, Kabîsî, Ebü'l-Vefâ el-Bûzcânî, Abdülkahir el-Bağdâdî, İbnü'l-Heysem, İbn Hûd ve Kerecî gibi matematikçiler tarafından Kemâleddin el-Fârisî'nin cebri aritmetiğin ilk basit fonksiyonlarına uygulamasına kadar devam ettirildi. Bu akım genel çizgileriyle şu şekilde özetlenebilir: Öklid, *Elementler*'in IX. bölümünde "mükemmel sayılar teorisi"ni verir ve  $2^{p+1}-1$ 'in asal olması halinde  $n=2^p(2^{p+1}-1)$  sayısının mükemmel -yani bölenlerinin toplamına eşit- olduğunu ispat eder. Ancak ne Öklid ne de başta Nikomakhos olmak üzere diğer Grek matematikçileri dost sayılar için böyle bir çalışma yaptılar. Bu ispattan hareket eden Sâbit b. Kurre dost sayılar için de benzer bir teori kurmaya karar vermiş ve bugün kendi adıyla anılan şu önemli teoremi tamamıyla Öklid tarzında ifade ve ispat etmiştir:  $n$  tam sayısının tam bölenlerinin toplamı  $\sigma_0(n)$  ve  $n$ 'nin bölenlerinin toplamı da  $\sigma(n)=\sigma_0(n)+n$  ile gösterildiğinde  $\sigma_0(a)=b$  ve  $\sigma_0(b)=a$  ise  $a$  ve  $b$  tam sayıları "dost sayılar" diye adlandırılır ve  $n$ ) 1 için  $p_n=3 \cdot 2^n - 1$ ,  $q_n=9 \cdot 2^{2n-1} - 1$  alındığında  $p_{n-1}$ ,  $p_n$  ve  $q_n$  asal sayı ise o takdirde  $a=2^n p_{n-1}$  ve  $b=2^n q_n$  sayı çifti dost olur.

XIV. yüzyılda Kemâleddin el-Fârisî İbn Kurre teoremini cebirsel metotla ispat etmeyi düşünmüş, bunun için gerekli olan kombinatör yöntemleri ve figüratif sayılarla ilgili araştırmaları geliştirmiştir. Kısaca özetlenirse onun incelemelerinde XVII. yüzyılda rastlanan haliyle bir elemanter sayılar teorisi söz konusudur. Fârisî, bir tam sayının bölenlerinin toplamı ile bu bölenlerin sayısını tesbit için zorunlu ilkeleri verdikten sonra çarpanlara ayırmayı ve tam sayıların bölenlerini asal çarpanların sayısı cinsinden hesaplamayı inceler. Bu konudaki en önemli sonuç kombinezonlarla figüratif sayıların özdeşleştirilmesidir. Fârisî'nin incelediği ilk teorem grubu  $\sigma_0(n)$  ile ilgilidir ve her ne kadar yalnızca  $\sigma_0(n)$ 'yi ele almışsa da önermelerinden  $\sigma$ 'yı çarpan fonksiyonu olarak algıladığı anlaşılmaktadır. Bu gruba örnek olarak şu önerme verilebilir:  $(p_1, p_2)=1$  olmak üzere  $n=p_1 \cdot p_2$  ise  $\sigma_0(n)=p_1 \sigma_0(p_2)+p_2 \sigma_0(p_1)+\sigma_0(p_1) \sigma_0(p_2)$ 'dir. Bu da onun  $\sigma_0(n)=\sigma_0(p_1) \sigma_0(p_2)$  ifadesini bildiğini gösterir. İkinci grup teoremler  $n$ 'nin bölenlerinin sayısı olan  $\tau(n)$  ile ilgilidir. Meselâ:  $p_1, \dots, p_r$  farklı asal çarpanlar olmak üzere  $n=p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_r$  ise o takdirde  $\tau_0(n)$  ile gösterilen  $n$ 'nin parçalarının sayısı  $1 + \binom{r}{1} + \dots + \binom{r}{r-1}$  'ye eşittir. Fârisî

bu incelemelerinin sonucunda Sâbit b. Kurre teoremini ispat eder. Gerçekten ispat için sadece  $\sigma(2^n p_{n-1} p_n)=\sigma(2^n q_n)=2^n(p_{n-1} p_n + q_n)=9 \cdot 2^{2n-1}(2^{2n-1}-1)$  eşitliğinin gösterilmesi yeterlidir. Birçok İslâm matematikçisi gibi Fârisî'nin de önermelerinin çoğu modern çağda Descartes, Deidier, Kersey ve Montmort gibi Batılı matematikçilere nisbet edilmiştir.

İbnü'l-Heysem aşağıdaki teoremi ispat etmeye çalışarak ilk defa mükemmel tek sayıları mükemmel çift sayılardan ayırmayı dener:  $n$  bir çift sayı olduğunda aşağıdaki şartlar denktir: (1)  $2^{p+1}-1$  asal olmak üzere  $n=2^p(2^{p+1}-1)$  ise  $\sigma_0(n)=n$  olur. (2)  $\sigma_0(n)=n$  ise  $2^{p+1}-1$  asal olmak üzere  $n=2^p(2^{p+1}-1)$ 'dir. Bunlardan ilk şartın Öklid'in *Elementler*'inde yer aldığı (IX, 36) bilinmektedir. İbnü'l-Heysem ayrıca -sonraları Euler tarafından ispatlanan- her çift mükemmel sayının Öklidçi biçimde olduğunu ispat etmeyi dener. Ancak Sâbit b. Kurre'nin dost sayılar konusundaki çalışmaları gibi İbnü'l-Heysem'in de mükemmel sayılar konusunda sadece geleneğin taşıdığı ve öğrettiği sayıların hesaplanmasına çalıştığı görülmür. Bu tür hesaplamalar, İbn Fellûs ve İbnü'l-Mâlik ed-Dımaşki gibi Nikomakhos geleneğine yakın olan nisbeten ikinci sınıf matematikçilerin uğraş alanıydı. Bu iki ismin yazdıkları o devrin matematikçilerinin ilk yedi mükemmel sayıyı bildiklerini göstermektedir.

Sayılar teorisi alanındaki araştırmaların ana hedeflerinden biri dost, denk ve mükemmel sayıların belirlenmesiydi. Bu şartlarda matematikçilerin benzer bir çalışma yapmak üzere tekrar asal sayılara dönmesi şaşırtıcı değildir. Nitekim İbnü'l-Heysem'in "Çin kalanı" adı verilen problemin çözümünde yaptığı da budur. İbnü'l-Heysem,  $p$  asal bir sayı ve  $1 < i \leq p-1$  olmak üzere şu linear eşleşim (congruence) sistemini çözmek istiyordu:

$$x \equiv 1 \pmod{i}$$

$$x \equiv 0 \pmod{p}$$

Bu inceleme sırasında İbnü'l-Heysem asal sayıları belirleyen ve sonradan "Wilson teoremi" diye anılan bir ölçüt verir:  $n > 1$  için aşağıdaki şu iki şart denktir:

$$(1) \ n \text{ asaldır.}$$

$$(2) \ (n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$$

Bu eşleşim sisteminin incelenmesine XII. yüzyılda İbnü'l-Heysem'in takipçilerinden Hılâtî'de ve İtalyan Leonardo Fibonacci'de rastlanmaktadır. İslâm matematiğinin sayılar teorisi üzerindeki bu ça-



İşmalarına, Nikomakhos aritmetiği çizgisini takip eden cebircilerle aritmetikçilerin sihirli kareler ve aritmetik oyunları gibi değişik alanlar için geliştirdikleri birçok araştırmanın sonuçlarını da ekleyebiliriz. Ayrıca doğal tam sayıların kuvvetlerinin toplamı, çok kenarlı sayılar ve lineer eşleşim problemleri de dikkate alınmalıdır. Bütün bunlar sayılar teorisinde önceden bilinenleri geliştiren veya ispat eden bir yığın sonuçtur.

**6. Sonsuz Küçükler.** Sonsuz küçüklerle kavuşmazların (asimptotik) incelenmesi İslâm matematiğinde matematiksel araştırmaların temelini oluşturur. Bu temel çerçevesinde IX. yüzyıldan sonra matematikçiler şu üç ana kolda çalışma başlattılar: Alan ve hacimlere ilişkin sonsuz küçüklerin hesabı; hilâllerin kareleştirilmesi; izoperimetrik (eş çevre) problemlerinin incelenmesi sırasında ortaya çıkan ekstrem (en büyük) alan ve hacim hesabı. Matematikçiler alan ve hacimlere ilişkin sonsuz küçükler hesabıyla ilgili ünlü temel teoremi Öklid'in *Elementler*'inin X. kitabından öğrenmişlerdir. Teorem şöyle ifade edilebilir: " $a > 0$ ,  $b > 0$  ve  $a < b$  olmak üzere  $a$  ile  $b$  pozitif iki büyüklük ve bir dizi

de  $(b_n)_{n \geq 1}$  ise her  $n$  için  $b_n > \frac{1}{2} \left( b - \sum_{k=1}^{n-1} b_k \right)$

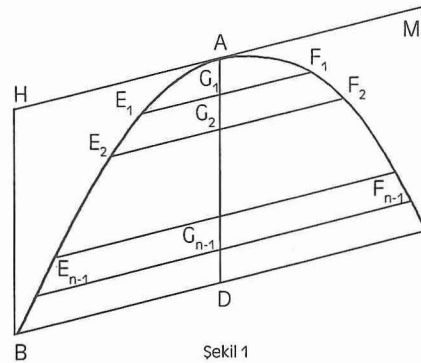
olur. Bu takdirde öyle bir  $n_0$  mevcuttur ki

$n > n_0$  için  $b - \sum_{k=1}^n b_k < a$ 'dır".

Bu teorem üzerine çalışmalar sürdürülürken Mûsâoğulları (bk. BENÎ MÛSÂ) *Kitâbü Ma'rifeti mesâhati'l-eşkâli'l-basîta ve'l-küriyye* adlı kitabı kaleme aldılar. Bu eser, yalnız İslâm matematiğinde alan ve hacim hesaplarıyla ilgili araştırmaları başlatmakla kalmadı, aynı zamanda XII. yüzyılda Cremonalı Gerard tarafından Latince'ye tercüme edilmesiyle Batı bilim dünyası için de temel bir kaynak oldu. Kitap dairenin mesahasıyla, kürenin hacmiyle ve iki orta-oran ve bir açının üç eşit parçaya bölünmesiyle ilgili klasik problemleri içeren üç kısımdan meydana gelmektedir. Mûsâoğulları ifnâ yöntemiyle daire alanının  $S = r \cdot c / 2$  olduğunu gösterdiler ( $r$  dairenin yarı çapı,  $c$  çevresidir). Ancak ispatlarında  $S'$ 'yi  $S$ ' ile, daha sonra da  $S''$ 'S ile karşılaştırmadılar; sadece  $c'$ 'yi  $c$ ' ve  $c''$ 'yi  $c$  ile karşılaştırarak yalnız uzunlukların oranıyla ilgilendiler. Mûsâoğulları ayrıca  $\pi$ 'nin yaklaşık hesabı için Archimedes yöntemini açıkladılar ve daire alanı hesabında uyguladıkları yönteme

benzer bir biçimde küre yüzeyinin de alanını belirlediler.

Mûsâoğulları'nın çağdaşlarıyla onları takip edenler bu alandaki çalışmaları etkin bir biçimde sürdürdüler. Sâbit b. Kurre daha önce Mâhânî'nin girdiği, bir parabol kesitinin (kesme) alanını belirleme konusuna birbirini takip eden üç risâle kaleme alarak önemli katkılarda bulundu. Bu risâlelerden birincisi parabol kesitinin alanına, ikincisi döne paraboloidin hacmine, üçüncüsü de silindir kesmeleleriyle yanal alanlarının hesabına ayrılmıştır. Archimedes'in bu konudaki incelemesinden haberi olmayan Sâbit b. Kurre, parabol kesmesinin alanını bulmak için ilk risâlesinde on beşi aritmetik ile ilgili olmak üzere yirmi bir adet ön sav (lemma) ispat etti. Bu ön savların incelenmesi, Sâbit b. Kurre'nin reel kare sayılardan oluşan kümenin en üst sınır kavramıyla bu sınırın tekliği hakkında sağlam ve mükemmel bilgi sahibi olduğunu göstermektedir. Onun en üst sınırı belirlemek için yaptığı işlem şu şekildedir: ABC bir parabol kesiti, AD de BC'ye karşılık gelen çapı olsun (şekil 1). Verilen her  $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ) sayısına karşı-



Şekil 1

lık AD çapı için A, G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub>, ..., G<sub>n-1</sub>, D parçası karşılık getirilebilir; öyle ki (BAC alanı)-(BEG<sub>1</sub>...E<sub>2</sub>E<sub>1</sub>AF<sub>1</sub>F<sub>2</sub>...F<sub>n-1</sub>C alanı) ( $\varepsilon$  olur. Başka bir deyişle (BAC alanı) bu çokgenlerin alanlarının en üst sınırıdır. Sâbit b. Kurre ayrıca, BHMC alanının 2/3'sinin söz konusu çokgenlerin alanlarının en üst sınırı olduğunu aynı tarz bir kesinlikle ispat etti ve sonuçta ulaştığı teoremi şu şekilde dile getirdi: "Parabol alanı sonsuz olabilir; ancak parçalarından her birinin alanı, aynı tabanlı ve yüksekliği parçanın yüksekliğine eşit olan paralel kenarların 2/3'sine eşittir." Parabol tanımını göz önüne alındığında İbn Kurre'nin kareleştirmesinin  $\int_0^c \sqrt{px} dx$  integralinin değerine eşit olduğu görülür. İbn Kurre ayrıca döne bir paraboloidin hacim hesabıyla da ilgilendi ve eğik bir silindirle dik bir

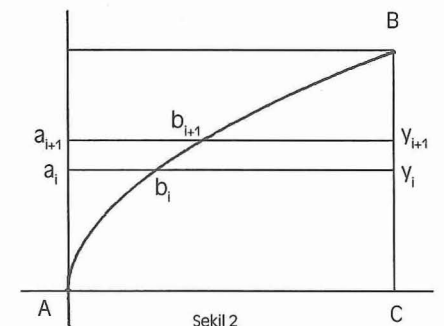
silindirin çeşitli tipten düzlemsel kesitlerini ve silindirin minimum ve maksimum kesitleriyle eksenlerini inceledi; daha sonra da elipsin ve elips parçalarının alanlarını belirledi. İbn Kurre bu arada, "Elipsin alanı, yarı çapının karesi elipsin eksenlerinin çarpımına eşit olan bir dairenin alanına eşittir" teoremini de ispat etti. İbn Kurre'nin çalışmaları, kendisini takip edenler ve özellikle torunu İbrâhim b. Sînân tarafından etkin bir şekilde sürdürüldü. Otuz sekiz yaşında ölen bu dâhi matematikçi, "Mâhânî'nin incelemeleri büyük babaminkilerden çok daha ileride ve hiç birimiz onu geçemedik" diyerek üzüntüsünü dile getirirken dedesinin yirmi önsava gerek duyduğu ispattan daha kısa bir ispat vermeye çalıştı ve sonuçta, "Afin dönüşümler mesâhaların oranını değiştirmez" teoremini ispatladı.

XI. yüzyılda ünlü matematikçi ve fizikçi İbnü'l-Heysem, döne paraboloidin hacim formülüyle bir parabolün ordinat eksenini etrafında döndürülmesiyle elde edilen cismin hacim formülünün ispatını yeniden inceledi. Birinciden daha zor olan ikinci problemde İbnü'l-Heysem, hacmi belirleyebilmek için işe aritmetik ile ilgili bazı ön savları ispat ederek başladı. İncelemesinin temelini oluşturacak çifte eşitsizliği kurmak için ardışık  $n$  tam sayısının kuvvetlerinin toplamını ele aldı. Bu münasebetle aritmetik tarihinde çok önemli sonuçlar elde etti. Bunlardan özellikle ardışık ilk tam sayı  $n$ 'nin herhangi bir tam sayı kuvvetlerinin toplamını, yani  $i = 1, 2, \dots$  olmak üzere  $\sum_{k=1}^n k^i$ 'yi ver-

di. Bundan sonra şu eşitsizliği ortaya

koydu:  $\sum_{k=1}^n \left[ (n+1)^2 - k^2 \right]^2 \leq \frac{8}{15} (n+1) (n+1)^4$

$\leq \sum_{k=0}^n \left[ (n+1)^2 - k^2 \right]^2$ . Denklemini  $x = ky^2$  olan ABC parabol parçasının BC ordinatının etrafında döndürülmesiyle elde edilen paraboloid göz önüne alındığında (şekil 2). [0, b]



Şekil 2



## MATEMATİK

kapalı aralığının bir alt bölümü  $2^m = n$  şartıyla  $\sigma_n = (y_i)_{0 \leq i \leq 2^m}$  olursa  $h$  adımı  $h = \frac{b}{2^m} = \frac{b}{n}$  olur.  $M_i$ , sırasıyla ordinatı  $y_i$  ve apsisi  $x_i$  olan parabolün noktaları olsun; ve  $r_i = c - x_i$   $0 \leq i \leq 2^m = n$  alınsın; o takdirde  $r_i = k(b^2 - y_i^2) = kh^2(n^2 - i^2)$  yazılabilir.

Diğer taraftan elde  $I_n = \sum_{i=1}^{n-1} \pi k^2 h^5 (n^2 - i^2)^2$

ile  $C_n = \sum_{i=1}^{n-1} \pi k^2 h^5 (n^2 - i^2)^2$  bulunmakta

ve yukarıda verilen eşitsizlikten dolayı

$I_n \leq \frac{8}{15} V \leq C_n$  elde edilmektedir ki bu-

rada  $V = \pi k^2 b^4$ .  $b$  çevre silindirin hacmi-  
dir. İbnü'l-Heysem'in kullandığından fark-  
lı bir dil kullanılırsa,  $g(y) = ky^2$  fonksi-  
yonu  $[0, b]$  aralığında sürekli olduğun-  
dan hesap şu şekli alır: Paraboloidin hac-

mi  $v(p) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{n-1} \pi k^2 h^5 (n^2 - i^2)^2$ . Buradan

$v(p) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{n-1} \pi k^2 (b^4 - 2b^2 y_i^2 + y_i^4) h$  veya

$v(p) = \pi \int_0^b k^2 (b^4 - 2b^2 y^2 + y^4) dy$  yahut baş-

ka bir ifadeyle  $v(p) = \frac{8}{15} \pi k^2 b^5 = \frac{8}{15} V$  bu-

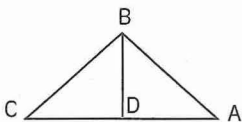
lunur; burada  $V$  çevre silindirin hacmidir.

**7. Çember Yayları Arasındaki Parçaların Mesâhası.** Eğrilerle sınırlı düzlemsel alanların belirlenmesine dair problemler içerisinde iki daire yayı arasında kalan alanların (hilâllerin) yüzölçümü Grek matematiğinden beri en eski problemlerden birini teşkil eder. İbnü'l-Heysem bu problemi trigonometrik düzleme taşır, çok sonraları Euler'le kesinlik kazanan fonksiyonun sağladığı özellikler gibi birçok farklı durumu elde etmeye çalışır ve işe ABC üçgeni üzerine dört ön sav vermekle başlar. İlk önce daire B açısını dik, diğer üçünde ise dar açı olarak alır. Bundan sonraki aşamada incelemesinin esasını

$0 < x < \pi$  olmak üzere  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{x}$  fonksiyonunun incelenmesi oluşturur. Bu dört ön sav şu şekillerde ifade edilebilir:

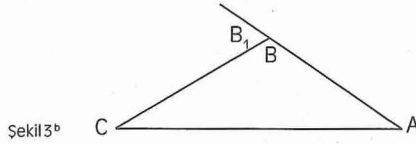
$$(1) 0 < C < \frac{\pi}{4} < A < \frac{\pi}{2} \text{ ise } \frac{\sin^2 C}{C} < \frac{2}{\pi} < \frac{\sin^2 A}{A}$$

olur; eğer  $C = A = \pi/4$  ise  $\frac{\sin^2 C}{C} = \frac{\sin^2 A}{A} = \frac{2}{\pi}$  olacaktır (bk. şekil 3<sup>a</sup>).

Şekil 3<sup>a</sup>

(2)  $\pi - B = B_1$  olduğunda  $C < \frac{\pi}{4} < B_1 < \frac{\pi}{2}$  ise

$$\frac{\sin^2 C}{C} < \frac{\sin^2 B_1}{B_1} \text{ elde edilir (bk. şekil 3<sup>b</sup>).$$

Şekil 3<sup>b</sup>

(3)  $A \leq \pi/4$  ise  $\frac{\sin^2 A}{A} < \frac{\sin^2 B_1}{B_1}$  olur.

(4) Son ön savda İbnü'l-Heysem  $A > \pi/4$  halini incelemek ister; ancak incelemesi

eksik kalır ve  $B_1 \geq B_0 \Rightarrow \frac{\sin^2 A}{A} > \frac{\sin^2 B_1}{B_1}$  ol-

duğunu gösterirse de bu eksiklik sebe-

biyle  $\frac{\sin^2 A}{A} = \frac{\sin^2 B_1}{B_1}$  eşitliğini göremez.

İbnü'l-Heysem'in ön savları, özel halleri tek bir genel halde toplamak ve yer değiştirmek suretiyle hilâllerin yüzölçümü problemini trigonometriyle ilişkilendirir. Ancak sözü edilen eksiklik, yüzölçümleri hesaplanabilen hilâllerin var olabileceği hususunu gözden kaçırır. Bu eksikliğe karşın İbnü'l-Heysem eserinde konuyla ilgili başka önemli teoremlerin ispatlarını vermeye çalışır.

**8. İzoperimetrik Problemleri.** Düzlemde aynı çevre uzunluğuna sahip bölgeler arasında dairenin en büyük yüzeye, uzayda ise yüzey alanları eşit cisimler arasında kürenin en büyük hacme sahip olduğunu ispatlamak eski zamanlardan beri üzerinde durulan bir konuydu. Problemi izoperimetrik şekiller hakkında yazdığı kaybolmuş eserinde ele alan ve ispatlayan ilk matematikçi Zenodorus'tur. Ancak hem matematiği hem kozmografiyi ilgilendiren yanlarından dolayı bu problem matematikçi ve astronomların, hatta felsefecilerin ilgisini çekmiş ve üzerinde İskenderiyeli Heron, Batlamyus, Pappus, İskenderiyeli Theon gibi pek çok kişi çalışmıştır. İslâm matematiğinde bu konuya eğilen ilk kişi Ya'kûb b. İshak el-Kindî'dir; Theon'un etkisinin açık bir şekilde hissedildiği *Risâle fi's-şinâ'ati'l-uzmâ* adlı eserinde problemi inceleyip sonucunu vermiştir; ayrıca küresel şekillerle ilgili kitabında da açıklama yaptığını vurgular. Bilindiği kadarıyla problemi kozmografiya açısından ilk ele alan Ebû Ca'fer el-Hâzin'dir. Hâzin sorunu temellendirmek için öncelikle, "kenarları sırasıyla  $n_1, n_2$  olmak üzere  $n_1$  ve  $n_2$  olan çevre uzun-

lukları eşit iki düzgün çokgen  $P_1$  ve  $P_1$  ise  $P_1$ 'in alanı  $P_2$ 'ninkinden büyüktür" savından hareketle, "Bir dairenin çevresiyle bir düzgün çokgenin çevresi aynı uzunlukta ise dairenin alanı düzgün çokgenin alanından daha büyüktür" iddiasını ispatlamaya çalışır.

Hâzin, kitabının ikinci bölümünde piramidin alanı ve hacmi, koninin alanı, kesmesi ve hacmiyle ilgili birçok teorem dile getirir ve sonuçta bu bölümü üç temel teoremle tamamlar. Bu teoremler şu şekilde ifade edilebilir: a) Koniklerle kesik koniklerden oluşan ve  $R$  yarı çaplı  $S$  küresi tarafından çevrelenen yuvarlak bir cisim  $\Sigma$  ve  $\Sigma$  tarafından çevrelenen  $R'$  yarı çaplı küre  $S'$  olsun, o zaman  $4\pi R^2 < \Sigma \text{ alanı} < 4\pi R'^2$  olduğu ispatlanabilir. b) Kürenin alanı, küreyi çevreleyen en büyük dairesinin alanının dört katına eşit olduğu ispatlanabilir. c) Kürenin hacmi tahdit edilebilir. Bunun için de Hâzin küre içine çizilen özel bir cisim tanımlar ve bu cismin bütün yüzeylerine teğet olan bir kürenin var olduğunu kabul eder. Bu düşüncesi doğru değildir; ancak elde ettiği sonuç doğrudur. Bu sebeple cisimler içinde en büyük hacmin kürede bulunduğunu şu şekilde ispat eder: Merkezi  $O$ , yarı çapı  $R$ , alanı  $S$  ve hacmi  $V$  olan bir küre ile yarı çapı  $R'$  ve alanı  $S'$  olan diğer bir kürenin çevrelediği aynı  $S$  alanına ve  $V_1$  hacmine sahip bir çok yüzlü ele alındığında  $V_1 = \frac{1}{3} S \cdot R'$  olur.  $S'$  alanı çok yüzlünün alanından küçük, yani  $S > S'$  olduğundan sonuçta  $R' < R$  ve  $\frac{1}{3} S \cdot R' < \frac{1}{3} S \cdot R$  elde edilir; yani kısaca  $V_1 < V$  bulunur.

Ebû Ca'fer el-Hâzin'den yaklaşık yarım yüzyıl sonra İbnü'l-Heysem sorunu tekrar ele aldı ve izoperimetri hakkında bir kitap yazdı. Bu kitabın incelenmesi Hâzin'in aksine İbnü'l-Heysem'in dinamik bir girişim tasarladığını gösterir. Ancak düzlemsel bölgeler şıkında amacına ulaşan girişim, düzgün çok yüzlülerin sınırlı sayıda olması sebebiyle cisimlerin yüzölçümü konusunda başarı kazanamadı. Yine de bu başarısızlık onu verimli bir sonuç götürdü ve cisimlerin yüzölçümünün araştırılması sırasında amacına ulaşmayı engelleyen girişimi, kendisine bu alanda ilk olmak gibi haklı bir nitelik kazandıran mücemessem açılarla ilgili orijinal teorisini önerme fırsatı verdi. Birkaç yüzyıl boyunca matematik araştırmalarında öncü olma özelliğini taşıyan bu kitabın ilk bölümünü düzlemsel şekillere ayıran İbnü'l-Heysem bu hale uygun kuralları hemen ortaya koydu ve Hâzin gibi aynı çevreye sahip düzgün çokgenlerle farklı sayıdaki ke-



narları karşılaştırarak şu önermeleri ispat etti: 1. Sırasıyla kenar sayıları, alanları ve yarı çapları  $n_1, n_2; A_1, A_2; P_1, P_2$  olan iki düzgün çokgen  $P_1$  ve  $P_2$  olsun; buna göre,  $P_1 = P_2$  ve  $n_1 < n_2$  ise  $A_1 < A_2$ 'dir. 2. Dairenin çevresi  $P$ , alanı  $A$  ve bir düzgün çokgenin çevresi  $P'$ , alanı  $A'$  olsun.  $p = p'$  ise o takdirde  $A > A'$  olur. İbnü'l-Heysem, başta Hâzin olmak üzere kendisinden önce gelen ünlü matematikçilerin aksine ikinci önermeyi ispat etmek için birinci önermeden yararlandı ve bunu yaparken çemberi düzgün çokgenler dizisinin limiti olarak düşündü, yani dinamik girişim denilen yolu izledi. Gerçekten de bu iki önerme yardımıyla verilen belirli bir çevreye mâlik bütün düzlemsel şekiller arasında en büyük alana sahip şeklin daire olduğunu ispat etti. Eserin cisimlerin yüzölçümünün eşitliğine ayrılan ikinci kısmı, mücessem açılarla ilgili başlı başına bir kitap oluşturan on adet ön savla başlar ve İbnü'l-Heysem'i sonuca götüren iki önerme bu ön savlar yardımıyla elde edilir.

İslâm matematikçilerinin yaptığı bu çalışmaların, izoperimetri problemleri gibi eski Yunan mirasından hareketle geliştirilen geometrideki yeni araştırmalara ve İskenderiye okulunun hiçbir zaman düşünmediği cebirsel geometri gibi yeni konulara kapı açtığına şahit olunur. Aynı öneme sahip diğer geometrik konular, geometrinin çeşitli matematik alanlarına veya optik ve astronomi gibi sasalara uygulanmasıyla gün yüzüne çıkmıştır. Matematikçiler, özellikle sonsuz küçüklerle ilgili araştırmalarını yaparken geometride noktasal dönüşümlerin incelenmesinde derinleştiler. Koniklerin optik özelliklerinin incelenmesi dioptrik araştırmalar sayesinde gelişmeler gösterdi. Bu çalışmalara geometrik uygulamalar, geometrik çizimler ve paraleller teorisiyle ilgili geleneksel araştırmalar da ilâve edilebilir. Bu dönemde trigonometrinin de tarihte ilk defa geometrinin bir dalı olarak şekillendiği görülür. Bu gelişme ve büyüme içinde matematikçilerle felsefeciler matematiğin felsefesiyle ilgili konulara da eğilmişlerdir.

#### BİBLİYOGRAFYA :

Ptolémée, *La composition mathématique* (trc. N. Halma), Paris 1813, s. 9-10; İbnü'n-Nedîm, *el-Fihrist* (Tecdüdd), s. 316; Ömer el-Hayyâm, *L'œuvre algébrique d'al-Khayyâm* (nşr. A. Jabbar – R. Rashed), Halep 1981, s. 11-12; Semev'el el-Mağribî, *el-Bâhîr fî'l-cebr* (nşr. Salâh Ahmed – Rüşdî Râşid), Dimaşk 1972, s. 37, 77, 104 vd., 232; Sülemî, *el-Mukaddimetü'l-kâfiye fî hisâbî'l-cebr ve'l-mukâbele*, Paul Sbât Koleksiyonu, nr. 5, vr. 92<sup>a</sup>-93<sup>a</sup>; Şerefeddin et-

Tûsî, *Oeuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XII<sup>e</sup> siècle* (trc. R. Rashed), Paris 1986, I, 49-52, 118 vd.; Nasîrüddîn-i Tûsî, *Cevâmî'ü'l-hisâb* (nşr. Ahmed Selîm Saîdân, *el-Ebhâş*, XX/2-3 [1967] içinde), s. 141-146, 266 vd.; Kûşyâr b. Lebbân, *Principles of Hindu Reckoning* (trc. M. Levey – M. Petruck), Madison 1965 (Arapça neşri için bk. *Üşûlû hisâbî'l-Hind* [nşr. Ahmed Selîm Saîdân], *MMMA* [Kahire] XIII/1 [1967] içinde, s. 55-83); Kemâleddin el-Fârîsî, *Esâsü'l-kavâ'id fî üşûlû'l-Fevâ'id* (nşr. Mustafa el-Mevâlidî), Kahire 1994; İbnü'l-Havvâm, *el-Fevâ'idü'l-bahâ'iyye fî'l-kavâ'idü'l-hisâbiyye*, British Library, Or., nr. 5615, vr. 7<sup>b</sup>, 8<sup>a</sup>; Kâşî, *Miftâhu'l-hisâb* (nşr. Ahmed Saîd ed-De-mürdâş – Muhammed el-Hifnî), Kahire 1967, s. 73-74, 79, 121; Takıyyüddin er-Râsîd, *Buğyetü't-tullâb fî 'ilmi'l-hisâb*, Paul Sbât Koleksiyonu, nr. 496, vr. 137<sup>b</sup>-138<sup>a</sup>; Yezdî, *Üşûlû'l-hisâb*, TSMK, Hazine, nr. 1993, vr. 9<sup>b</sup>, 20<sup>a</sup>, 49<sup>a</sup>; Pappus, *La collection mathématique* (trc. P. V. Eecke), Paris 1933, kitap V, s. 239; A. Rome, *Commentaire de Théon d'Alexandrie sur le premier livre de la composition mathématique de Ptolémée*, Paris 1821; a.mlf., *Commentaires de Pappus et Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*, Rome 1936, II, 354 vd.; P. Luckey, *Die Rechenkunst bei Gamšîd B. Mas'ûd al-Kâşî*, Wiesbaden 1951, s. 103; Aydın Sayılı, *Abdülhamîd İbnî Türk'ün Katışık Denklemlerde Mantıkî Zaruretler Adlı Yazısı ve Zamanı Cebri: Logical Necessities in Mixed Equations by Abd al-Hamid Turk and the Algebra of His Time*, Ankara 1962, s. 145 vd.; H. Hunger – K. Vogel, *Ein Byzantinisches Rechenbuch des 15. Jahrhunderts*, Vienne 1963, s. 32 (36 numaralı problem); "Banu Musa", *DSB*, I, 443-446; Rushtî Rashed, *Entre arithmétique et algèbre, recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*, Paris 1984, s. 21, 132 vd., 195-225, 238, 259-299; a.e.: *Târîhu'r-riyâziyyeti'l-'Arabîyye beyne'l-cebr ve'l-hisâb* (trc. Hüseyin Zeynüddin), Beyrut 1989; a.mlf., *Dioptrique et géométrie au X<sup>e</sup> siècle: Ibn Sahl, al-Quhî et Ibn al-Haytham*, Paris 1993; a.mlf., "L'analyse diophtienne au X<sup>e</sup> siècle", *Revue d'histoire des sciences*, XXXII/3, Paris 1979, s. 193-222; a.mlf., "Ibn al-Haytham et la mesure du paraboloïde", *MTUA*, V (1982), s. 191-262; a.mlf., "Matériaux pour l'histoire des nombres amiables et de l'analyse combinatoire", a.e., VI (1982), s. 209-278; a.mlf., "Nombres amiables, parties aliquotes et nombres figurés aux XIII<sup>e</sup>-XIV<sup>e</sup> siècles", *Archive for History of Exact Science*, XXVIII, Heidelberg 1983, s. 107-149; a.mlf., "Ibn al-Haytham et les nombres parfaits", *Historia Mathematica*, XVI, California 1989, s. 343-352; a.mlf., "Al-Samav'al, al-Bîrûnî et Brahmagupta: les méthodes d'interpolation", *Arabic Sciences and Philosophy*, I, Cambridge 1991, s. 101-160; F. Woepcke, "Notice sur une thèse ajoutée par Thâbit Ben Qorrah à l'arithmétique spéculative des grecs", *JA*, IV/2 (1852), s. 420-429; W. Schmidt, "Zur Geschichte der Isoperimetrie", *Bibliotheca Mathematica*, II, Leipzig 1901, s. 5-8; J. Mogenet, "Les isopérimètres chez les grecs", *Scrinium Lovaniense, Mélanges historiques*, 4. seri, XXIV, Louvain 1961, s. 69-78; A. Anboubâ, "Un Traité d'Abû Ja'far [al-Khazî] sur les triangles rectangles numériques", *MTUA*, III/1 (1979), s. 134-178.



Rüşdî Râşid

## MATERYALİZM

Maddî âlemin ötesinde herhangi bir varlık alanı tanımayan dünya görüşü.

Sözlükte materyalizm (Fr. matérialisme) "maddecilik" (özdekçilik) anlamına gelmekte olup Latince *materia* (madde) kelimesinden türemiştir. Var olan her şeyin maddeden ibaret olduğunu, madde den bağımsız fizik ötesi bir alanın (metafizik) bulunmadığını, bilinç, duygu, düşünce vb. unsurların maddeden kaynaklandığını, olup biten her şeyin sadece maddî sebeplerle açıklanabileceğini, sonuç olarak tabiat üstü bir gücün mevcut olmadığını ileri süren, özünde tevritanımız (ateist, mülhid) doktrinler bütününe verilen addır. Materyalist de bu inanca sahip kişidir.

Madde-ruh ayırımı yapmayan, birbirinden bağımsız varlık-düşünce (doğa-bilinç) düalizmine karşı çıkan materyalizm maddeyi tek gerçek kabul etmiş ve her şeyi ona indirgemıştır. Metafizik reddetmesinin tabii bir sonucu olarak spiritüalizm, idealizm, rasyonalizm vb. disiplinlerle ters düşen materyalizm başta Tanrı inancı olmak üzere yaratılış, ibadet, melek, vahiy, peygamberlik, kutsal kitaplar ve âhiret gibi dinî inançların birer yanılgıdan ibaret olduğunu ileri sürer. Determinizmi esas alır, tabiatla amaçlılığa (teleoloji) imkân tanımaz, varlığı metafizik sebeplere bağlayan açıklamalara karşı çıkar. Bu durumda materyalizm fizik ötesi kanunları ve tabiat üstü varlıkları reddeden bir teori-dir (Smart, s. 203, 240; Armstrong, s. 37).

Materyalist düşünceye eski Çin ve Hint kaynaklarında rastlanmakla birlikte onu sistemli bir disiplin haline getirenler atomcu yaklaşımlarıyla Leukippos, Demokritos, Epikuros ve Lucretius gibi Antikçağ Yunan filozofları olmuştur. Felsefî problem olarak varlığın özünü (arche) ve eşyanın bu özden nasıl oluştuğunu araştıran bu düşünürler maddenin yaratılmadığını ve yok olmayacağını ileri sürmüşlerdir. Bunlara göre evren maddeden ve boşluktan oluşmuştur; madde de atomlardan meydana gelmiştir. Atomlar devamlı hareket halinde olup sonsuz ve sınırsızdır. Boşluk eşyanın içerisinde hareket ettiği şey olup var olmanın zorunlu şartıdır. Düşünce de bir tür atom hareketidir. Ruh ise canlı bir varlığı cansızdan ayıran nesne, rafine olmuş maddî bir varlıktır. Vücutla birleşen bu arı madde du-